

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E. c)**

**Matematică**

**Testul 1**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Calculați rația progresiei aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$  în care  $a_3 = 7$  și  $a_7 = 15$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x - 5$ . Determinați mulțimea valorilor reale ale lui  $x$  pentru care  $f(x) \geq 2f(1) + 4$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $81^x = 3$ .
- 5p 4. Calculați  $\frac{A_6^2}{P_3}$ .
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(0,3)$ ,  $B(0,-5)$  și  $C(4,-1)$ . Arătați că triunghiul  $ACB$  este dreptunghic isoscel.
- 5p 6. Arătați că  $\frac{\operatorname{tg} 60^\circ}{\operatorname{ctg} 30^\circ \cdot \cos 45^\circ} = \sqrt{2}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Arătați că  $\det A = -1$ .
- 5p b) Demonstrați că  $A \cdot A = I_2$ .
- 5p c) Determinați matricea  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  astfel încât  $AX - I_2 = 2021A$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \circ y = xy - 5x - 5y + 30$ .
- 5p a) Arătați că  $5 \circ 2021 = 5$ .
- 5p b) Demonstrați că  $x \circ y = (x - 5)(y - 5) + 5$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p c) Determinați numerele întregi  $m$  și  $n$  pentru care  $m^2 \circ n = 16$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x^2 - 8)e^x$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = (x - 2)(x + 4)e^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x)}{x - 2}$ .
- 5p c) Demonstrați că  $x^2 \geq 8 - 4e^{2-x}$ , pentru orice număr real  $x$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_1^2 f(x)(x+1) dx = \frac{1}{2}$ .
- 5p b) Arătați că  $\int_2^3 f(x) dx = 1 + \ln \frac{9}{16}$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $a > 1$  astfel încât  $\int_1^a f(x) f'(x) dx = \frac{1}{8}$ .